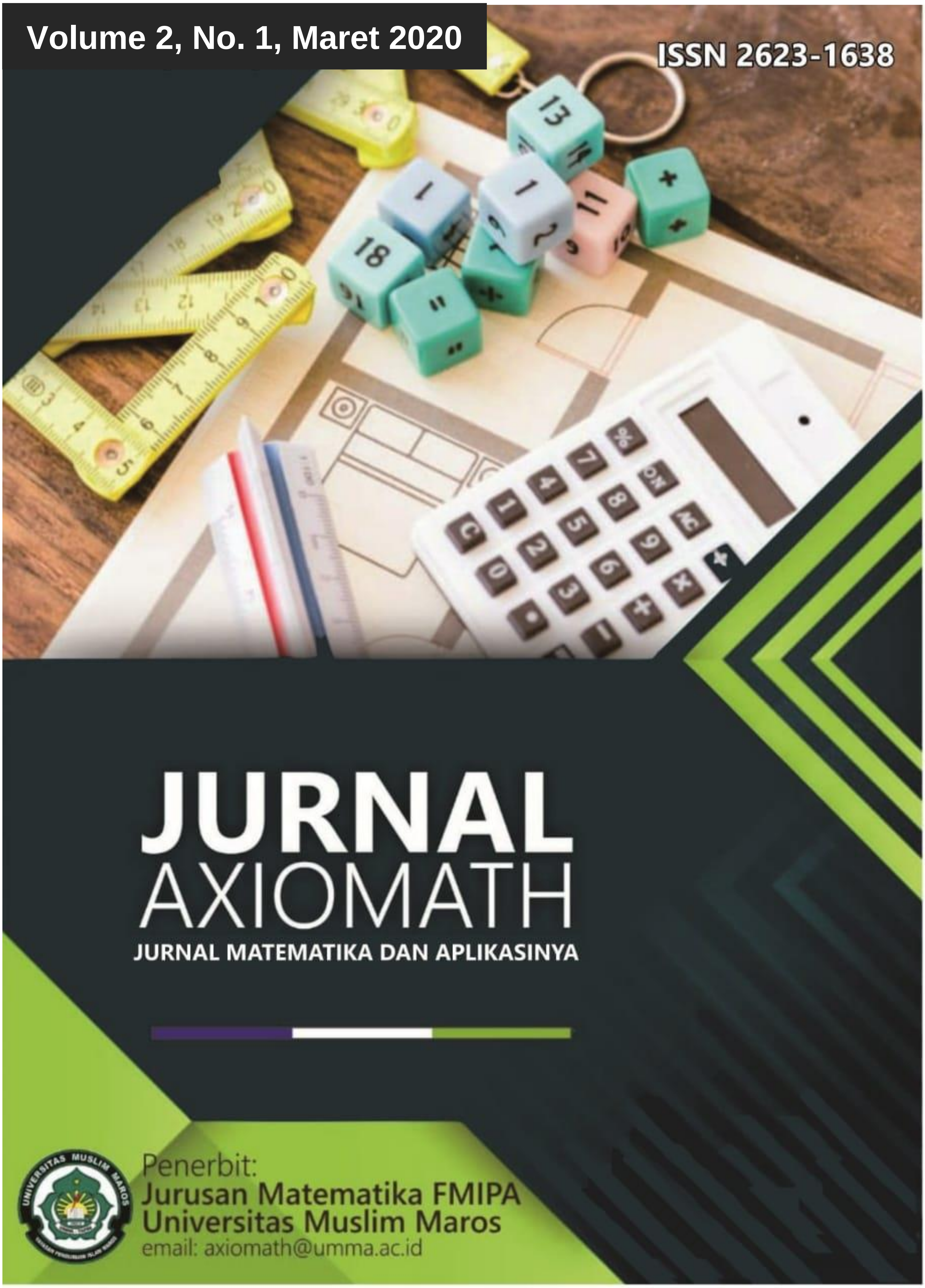
Volume 2, No. 1, Maret 2020
ISSN 2623-1638
JURNAL
AXIOMATH
JURNAL MATEMATIKA DAN APLIKASINYA
Penerbit:
Jurusan Matematika FMIPA
Universitas Muslim Maros
email: axiomath@umma.ac.id

SOLUSI NILAI EIGEN DAN HUBUNGAN DIAGONAL MATRIKS BILANGAN KOMPLEKS DENGAN MENGGUNAKAN MAPLE

Ekawati, S[1)], Riskawati[2)], Rahmah[3)]

[1)2)3)]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Muslim Maros
Jln. Dr. Ratulangi No 62, Maros

[1)]susiekawati31@gmail.com
[1)]riskawati@umma.ac.id
[2)]rahmahjhe@gmail.com

***Abstract*— Berdasarkan jurnal sebelumnya yang berjudul "Hubungan Nilai Eigen terhadap Diagonal Matriks Kompleks", mengatakan bahwa jika A adalah matriks bujur sangkar bilangan kompleks untuk $n \leq 4$ yang memenuhi kondisi tertentu dan λ_i adalah nilai eigen kiri dari A, maka jumlah dari modulus nilai eigen yang dikurangkan dengan diagonal matriks sama dengan nol. Dalam penelitian ini akan ditunjukkan jika A matriks bilangan kompleks berordo 5×5 dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ adalah nilai eigen kiri dari A, maka $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - e) + (\lambda_3 - l) + (\lambda_4 - q) + (\lambda_5 - t)| = 5|a|$.**

***Kata Kunci*— Bilangan Kompleks, Determinan Cayley, Nilai Eigen Kiri, Maple**

I. PENDAHULUAN

bilangan kompleks adalah pasangan terurut dari dua bilangan riil x dan y, yang dinyatakan oleh (x, y) dan dinotasikan $z = (x, y) = x + y\boldsymbol{i}$ dengan x, y bilangan riil dan $\boldsymbol{i}$ imajiner dimana $\boldsymbol{i}^2 = -1$. Jika $z = x + y\boldsymbol{i}$, maka bilangan kompleks sekawan dari z ditulis $\bar{z}$ dan didefinisikan sebagai $\bar{z} = x - y\boldsymbol{i}$. Modulus dari z adalah $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ merupakan bilangan riil yang lebih besar atau sama dengan nol dan arti geometrinya adalah jarak dari z ke titik pangkal O pada bidang kompleks z. (Sardi, 2014)

Ekawati (2019) mengatakan beberapa teorema. Pertama, jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah matriks kompleks yang memenuhi kondisi tertentu dan λ_1, λ_2 adalah nilai eigen kiri dari A, maka $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - d)| = 0$. Kedua, Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & r \\ c & d & p \\ s & q & f \end{pmatrix}$ adalah matriks kompleks yang memenuhi kondisi tertentu dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ adalah nilai eigen kiri dari A, maka $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - d) + (\lambda_3 - f)| = 0$. Dan ketiga, Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & q \\ 0 & 0 & r & s \end{pmatrix}$ adalah matriks kompleks yang memenuhi kondisi tertentu dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ adalah nilai eigen kiri dari A, maka

$$|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - d) + (\lambda_3 - p) + (\lambda_4 - s)| = 0.$$

Telah diketahui bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan riil dengan ordo 2×2, maka determinan dari matriks A adalah $a_1 b_2 - b_1 a_2$ dan jika $B = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan riil dengan ordo 3×3, maka determinan dari matriks B adalah $a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - b_1 a_2 c_3 - a_1 c_2 b_3 - c_1 b_2 a_3$. Sedangkan berdasarkan definisi determinan Cayley, jika $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan kompleks dengan ordo 2×2, maka determinan dari matriks A adalah $a_1 b_2 - a_2 b_1$ dan jika $B = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan kompleks dengan ordo 3×3, maka determinan dari matriks B adalah $a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2(b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_3(b_1 c_2 - b_2 c_1)$. (Aslaksen, 1991)

Misalkan $A \in \mathbb{H}^{n \times n}$, $\lambda \in \mathbb{H}$ disebut nilai eigen kiri dari A jika $Ax = \lambda x$ untuk beberapa $x \in \mathbb{H}^n$ yang tak nol atau ekuivalen dengan matriks $(A - \lambda I)$ yang tidak memiliki invers, sehingga $(A - \lambda I)x = 0$. Kemudian jika misalkan $A \in \mathbb{H}^{n \times n}$, $\lambda \in \mathbb{H}$ disebut nilai eigen kanan dari A jika $Ax = x\lambda$ untuk beberapa $x \in \mathbb{H}^n$ yang tak nol. (Zhang, 2017)

Dalam penelitian ini, akan digunakan aplikasi Maple untuk mencari solusi dari nilai eigen kiri matriks bilangan kompleks. Maple adalah suatu program interaktif yang mengintegrasikan kemampuan komputasi baik numerik ataupun simbolik, visualisasi (grafik), dan pemrograman. (Arif, 2016)

Dari uraian di atas, peneliti bermaksud melakukan penelitian untuk menyelidiki bagaimana solusi nilai eigen dan hubungan diagonal matriks bilangan kompleks dengan menggunakan maple.

II. METODE PENELITIAN

A. Tahap Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi yang menunjang penelitian. Pemahaman mengenai masalah determinan dan nilai eigen kiri pada matriks kompleks sangat membantu dalam penyelesaian masalah tersebut.

B. Tahap Rancangan Penelitian

Penentuan hubungan nilai eigen kiri terhadap diagonal matriks kompleks dilakukan dengan mencari determinan dari matriks kompleks dengan menggunakan definisi Cayley sehingga diperoleh persamaan karakteristiknya. Dari persamaan karakteristik, diperoleh nilai eigen kiri dan vektor eigen dengan menggunakan Maple. Selanjutnya dianalisis solusi nilai eigen dan hubungan diagonal matriks bilangan kompleks dengan menggunakan maple.

C. Tahap Kesimpulan

Pada tahap ini kesimpulan ditarik dari nilai eigen kiri sehingga diperoleh solusi nilai eigen dan hubungan diagonal matriks bilangan kompleks dengan menggunakan maple.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Teorema : Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 & 0 \\ j & k & l & m & n \\ 0 & 0 & p & q & r \\ 0 & 0 & r & s & t \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan kompleks dengan kondisi semua entri dalam matriks yang tidak nol bernilai sama dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ adalah nilai eigen kiri dari A, maka $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - e) + (\lambda_3 - l) + (\lambda_4 - q) + (\lambda_5 - t)| = |a|$.

Bukti

Perhatikan bahwa

$$A = \begin{pmatrix} a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} & a_0 + a_1\boldsymbol{i} \end{pmatrix}$$

Det $(\lambda I - A) = 0$

$$\begin{vmatrix} \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a & 0 & 0 \\ \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a & 0 & 0 \\ \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a \\ 0 & 0 & \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a \\ 0 & 0 & \lambda - a & \lambda - a & \lambda - a \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - a)\begin{vmatrix} \lambda - a & a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a & a \\ 0 & a & \lambda - a & a \\ 0 & a & a & \lambda - a \end{vmatrix} -$$
$$a\begin{vmatrix} a & a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a & a \\ 0 & a & \lambda - a & a \\ 0 & a & a & \lambda - a \end{vmatrix} +$$
$$a\begin{vmatrix} a & a & 0 & 0 \\ \lambda - a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & \lambda - a & a \\ 0 & a & a & \lambda - a \end{vmatrix}$$

$$(\lambda - a)\left((\lambda - a)\begin{vmatrix} \lambda - a & a & a \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix} - a\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix}\right) - a\left(a\begin{vmatrix} \lambda - a & a & a \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix} - a\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix}\right) + a\left(a\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix} - (\lambda - a)\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & \lambda - a & a \\ a & a & \lambda - a \end{vmatrix}\right) = 0$$

$$(\lambda - a)^2\left((\lambda - a)\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} - a\begin{vmatrix} a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} + a\begin{vmatrix} a & a \\ \lambda - a & a \end{vmatrix}\right) - (\lambda - a)a \cdot a\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} - a^2\left((\lambda - a)\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} - a\begin{vmatrix} a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} + a\begin{vmatrix} a & a \\ \lambda - a & a \end{vmatrix}\right) + a^2 \cdot a\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} + a^2 \cdot a\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} - a(\lambda - a)a\begin{vmatrix} \lambda - a & a \\ a & \lambda - a \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - a)^3((\lambda - a)^2 - a^2) - (\lambda - a)^2 a(a(\lambda - a) - a^2) + (\lambda - a)^2 a(a^2 - (\lambda - a)a) - (\lambda - a)a^2((\lambda - a)^2 - a^2) - a^2(\lambda - a)((\lambda - a)^2 - a^2) + a^3(a(\lambda - a) - a^2) - a^3\left(a^2 - a(\lambda - a)\right) + a^3((\lambda - a)^2 - a^2) + a^3((\lambda - a)^2 - a^2) - a^2(\lambda - a)((\lambda - a)^2 - a^2) = 0$$

$$(\lambda - a)^5 - (\lambda - a)^3 a^2 - (\lambda - a)^3 a^2 + (\lambda - a)^2 a^3 + (\lambda - a)^2 a^3 - (\lambda - a)^3 a^2 - (\lambda - a)^3 a^2 + (\lambda - a)a^4 - (\lambda - a)^3 a^2 + (\lambda - a)a^4 + (\lambda - a)a^4 - a^5 - a^5 + (\lambda - a)a^4 + (\lambda - a)^2 a^3 - a^5 + (\lambda - a)^2 a^3 - a^5 - (\lambda - a)^3 a^2 + (\lambda - a)a^4 = 0$$

$$(\lambda - a)^5 + 5(\lambda - a)a^4 + 4(\lambda - a)^2 a^3 - 6(\lambda - a)^3 a^2 - 4a^5 = 0$$

$$\lambda^5 - 5\lambda^4 a + 10\lambda^3 a^2 - 10\lambda^2 a^3 + 5\lambda a^4 - a^5 + 5\lambda a^4 - 5a^5 + 4\lambda^2 a^3 - 8\lambda a^4 + 4a^5 - 6\lambda^3 a^2 + 18\lambda^2 a^3 - 18\lambda a^4 + 6a^5 - 4a^5 = 0$$

$\lambda^5 - 16\lambda a^4 - 5\lambda^4 a + 4\lambda^3 a^2 + 12\lambda^2 a^3 = 0$

$(\lambda_0 + \lambda_1\boldsymbol{i})^5 - 16(\lambda_0 + \lambda_1\boldsymbol{i})(a_0 + a_1\boldsymbol{i})^4 - 5(\lambda_0 + \lambda_1\boldsymbol{i})^4(a_0 + a_1\boldsymbol{i}) + 4(\lambda_0 + \lambda_1\boldsymbol{i})^3(a_0 + a_1\boldsymbol{i})^2 + 12(\lambda_0 + \lambda_1\boldsymbol{i})^2(a_0 + a_1\boldsymbol{i})^3 = 0$

$\lambda_0^5 + 5\lambda_0\lambda_1^4 - 10\lambda_0^3\lambda_1^2 + \lambda_1^5\boldsymbol{i} + 5\lambda_0^4\lambda_1\boldsymbol{i} - 10\lambda_0^2\lambda_1^3\boldsymbol{i} - 16(a_0^4\lambda_0 + a_1^4\lambda_0 - 6a_0^2a_1^2\lambda_0 - 4a_0^3a_1\lambda_1 + 4a_0a_1^3\lambda_1) - 16(a_0^4\lambda_1 + a_1^4\lambda_1 - 6a_0^2a_1^2\lambda_1 + 4a_0^3a_1\lambda_0 - 4a_0a_1^3\lambda_0)\boldsymbol{i} - 5(a_0\lambda_0^4 + a_0\lambda_1^4 - 6a_0\lambda_0^2\lambda_1^2 - 4a_1\lambda_0^3\lambda_1 + 4a_1\lambda_0\lambda_1^3) - 5(a_1\lambda_0^4 + a_1\lambda_1^4 - 6a_1\lambda_0^2\lambda_1^2 + 4a_0\lambda_0^3\lambda_1 - 4a_0\lambda_0\lambda_1^3)\boldsymbol{i} + 4(a_0^2\lambda_0^3 - 3a_0^2\lambda_0\lambda_1^2 - a_1^2\lambda_0^3 + 3a_1^2\lambda_0\lambda_1^2 + 2a_0a_1\lambda_1^3 - 6a_0a_1\lambda_0^2\lambda_1) + 4(-a_0^2\lambda_1^3 + 3a_0^2\lambda_0^2\lambda_1 + a_1^2\lambda_1^3 - 3a_1^2\lambda_0^2\lambda_1 + 2a_0a_1\lambda_0^3 - 6a_0a_1\lambda_0\lambda_1^2)\boldsymbol{i} + 12(a_0^3\lambda_0^2 - 3a_0a_1^2\lambda_0^2 - a_0^3\lambda_1^2 + 3a_0a_1^2\lambda_1^2 + 2a_1^3\lambda_0\lambda_1 - 6a_0^2a_1\lambda_0\lambda_1) + 12(-a_1^3\lambda_0^2 + 3a_0^2a_1\lambda_0^2 + a_1^3\lambda_1^2 - 3a_0^2a_1\lambda_1^2 + 2a_0^3\lambda_0\lambda_1 - 6a_0a_1^2\lambda_0\lambda_1)\boldsymbol{i} = 0$

Diperoleh persamaan

- $\lambda_0^5 + 5\lambda_0\lambda_1^4 - 10\lambda_0^3\lambda_1^2 - 16(a_0^4\lambda_0 + a_1^4\lambda_0 - 6a_0^2a_1^2\lambda_0 - 4a_0^3a_1\lambda_1 + 4a_0a_1^3\lambda_1) - 5\left(a_0\lambda_0^4 + a_0\lambda_1^4 - 6a_0\lambda_0^2\lambda_1^2 - 4a_1\lambda_0^3\lambda_1 + 4a_1\lambda_0\lambda_1^3\right) + 4\left(a_0^2\lambda_0^3 - 3a_0^2\lambda_0\lambda_1^2 - a_1^2\lambda_0^3 + 3a_1^2\lambda_0\lambda_1^2 + 2a_0a_1\lambda_1^3 - 6a_0a_1\lambda_0^2\lambda_1\right) + 12\left(a_0^3\lambda_0^2 - 3a_0a_1^2\lambda_0^2 - a_0^3\lambda_1^2 + 3a_0a_1^2\lambda_1^2 + 2a_1^3\lambda_0\lambda_1 - 6a_0^2a_1\lambda_0\lambda_1\right) = 0$
- $\lambda_0^5 + 5\lambda_0^4\lambda_1 - 10\lambda_0^2\lambda_1^3 - 16(a_0^4\lambda_1 + a_1^4\lambda_1 - 6a_0^2a_1^2\lambda_1 + 4a_0^3a_1\lambda_0 - 4a_0a_1^3\lambda_0) - 5\left(a_1\lambda_0^4 + a_1\lambda_1^4 - 6a_1\lambda_0^2\lambda_1^2 + 4a_0\lambda_0^3\lambda_1 - 4a_0\lambda_0\lambda_1^3\right) + 4\left(-a_0^2\lambda_1^3 + 3a_0^2\lambda_0^2\lambda_1 + a_1^2\lambda_1^3 - 3a_1^2\lambda_0^2\lambda_1 + 2a_0a_1\lambda_0^3 - 6a_0a_1\lambda_0\lambda_1^2\right) + 12\left(-a_1^3\lambda_0^2 + 3a_0^2a_1\lambda_0^2 + a_1^3\lambda_1^2 - 3a_0^2a_1\lambda_1^2 + 2a_0^3\lambda_0\lambda_1 - 6a_0a_1^2\lambda_0\lambda_1\right) = 0$

Dari persamaan tersebut diperoleh nilai eigen

$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 = 2a_0 + 2a_1\boldsymbol{i}$
$\lambda_3 = 0$
$\lambda_4 = 2a_0 + 2a_1\boldsymbol{i}$
$\lambda_5 = 0$
(*Perhatikan Lampiran*)

dan vektor eigen : $\begin{pmatrix} t \\ -t \\ 0 \\ t \\ -t \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} t \\ t \\ 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$.

Dari uraian di atas diperoleh

- $Ax = \begin{pmatrix} a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ -t \\ 0 \\ t \\ -t \end{pmatrix}$

  $\lambda x = 0\begin{pmatrix} t \\ -t \\ 0 \\ t \\ -t \end{pmatrix}$

  Sehingga dengan mudah dapat dilihat bahwa $Ax = \lambda x$.

- $Ax = \begin{pmatrix} a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ -t \\ 0 \\ t \\ -t \end{pmatrix}$
- $Ax = \begin{pmatrix} a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & 0 & 0 \\ a+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \\ 0 & 0 & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} & a_0+a_1\boldsymbol{i} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ t \\ 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$
-

  $\lambda x = 2a_0 + 2a_1\boldsymbol{i}\begin{pmatrix} t \\ t \\ 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$

  Sehingga dengan mudah dapat dilihat bahwa $Ax = \lambda x$.

Kemudian perhatikan bahwa

- $(\lambda_1 - a) = 0 - (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
  $= -(a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
- $(\lambda_2 - e) = (2a_0 + 2a_1\boldsymbol{i}) - (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
  $= (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
- $(\lambda_3 - l) = 0 - (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
  $= -(a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
- $(\lambda_4 - q) = (2a_0 + 2a_1\boldsymbol{i}) - (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
  $= (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
- $(\lambda_5 - t) = 0 - (a_0 + a_1\boldsymbol{i})$
  $= -(a_0 + a_1\boldsymbol{i})$

Sehingga jelas bahwa $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - e) + (\lambda_3 - l) + (\lambda_4 - q) + (\lambda_5 - t)| = |a|$.

IV. KESIMPULAN

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 & 0 \\ j & k & l & m & n \\ 0 & 0 & p & q & r \\ 0 & 0 & r & s & t \end{pmatrix}$ adalah matriks bilangan kompleks dengan kondisi semua entri dalam matriks yang tidak nol bernilai sama dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ adalah nilai eigen kiri dari A, maka $|(\lambda_1 - a) + (\lambda_2 - e) + (\lambda_3 - l) + (\lambda_4 - q) + (\lambda_5 - t)| = |a|$.

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami ucapkan terima kasih pada semua tim peneliti yang telah memberi sumbangsih pengetahuan dan saran.

DAFTAR PUSTAKA

Arif, M. Siul dkk. 2016. *Panduan Maple*. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Jember.

Aslaksen, H. 1991. Kompleksic Determinants. *Mathematics Subject Classification*, Singapore.

Ekawati, Susi. 2019. *Hubungan Nilai Eigen terhadap Diagonal Matriks Quaternion*, Vol **1** No 1. Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Muslim Maros.

Sardi, Hidayat. 2014. Sistem Bilangan Kompleks. Modul 1 Mata Kuliah 4322. Universitas Terbuka Jakarta.

Zhang, F. 2007. Gersgorin type theorems for kompleksic matrices. *Linear Algebra and its Applications*, **424** : 139-153.

Lampiran

> restart :

$$> F1 := \lambda 0^5 + 5\,\lambda 0\cdot\lambda 1^4 - 10\cdot\lambda 0^3\cdot\lambda 1^2 - 5\cdot\left(a0\cdot\lambda 0^4 + a0\cdot\lambda 1^4 - 6\cdot a0\cdot\lambda 0^2\cdot\lambda 1^2 - 4\cdot a1\cdot\lambda 0^3\cdot\lambda 1 + 4\cdot a1\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1^3\right) - 16\cdot\left(a0^4\cdot\lambda 0 + a1^4\cdot\lambda 0 - 6\cdot a0^2\cdot a1^2\cdot\lambda 0 - 4\cdot a0^3\cdot a1\cdot\lambda 1 + 4\cdot a0\cdot a1^3\cdot\lambda 1\right) + 4\cdot\left(a0^2\cdot\lambda 0^3 - 3\cdot a0^2\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1^2 - a1^2\cdot\lambda 0^3 + 3\cdot a1^2\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1^2 - 6\cdot a0\cdot a1\cdot\lambda 0^2\cdot\lambda 1 + 2\cdot a0\cdot a1\cdot\lambda 1^3\right) + 12\cdot\left(a0^3\cdot\lambda 0^2 - 3\cdot a0\cdot a1^2\cdot\lambda 0^2 - a0^3\cdot\lambda 1^2 + 3\cdot a0\cdot a1^2\cdot\lambda 1^2 - 6\cdot a0^2\cdot a1\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1 + 2\cdot a1^3\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1\right) = 0 :$$

$$> F2 := \lambda 1^5 + 5\,\lambda 1\cdot\lambda 0^4 - 10\cdot\lambda 1^3\cdot\lambda 0^2 - 5\cdot\left(a1\cdot\lambda 0^4 + a1\cdot\lambda 1^4 - 6\cdot a1\cdot\lambda 0^2\cdot\lambda 1^2 + 4\cdot a0\cdot\lambda 0^3\cdot\lambda 1 - 4\cdot a0\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1^3\right) - 16\cdot\left(a0^4\cdot\lambda 1 + a1^4\cdot\lambda 1 - 6\cdot a0^2\cdot a1^2\cdot\lambda 1 + 4\cdot a0^3\cdot a1\cdot\lambda 0 - 4\cdot a0\cdot a1^3\cdot\lambda 0\right) + 4\cdot\left(-a0^2\cdot\lambda 1^3 + 3\cdot a0^2\cdot\lambda 0^2\cdot\lambda 1 + a1^2\cdot\lambda 1^3 - 3\cdot a1^2\cdot\lambda 0^2\cdot\lambda 1 - 6\cdot a0\cdot a1\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1^2 + 2\cdot a0\cdot a1\cdot\lambda 0^3\right) + 12\cdot\left(-a1^3\cdot\lambda 0^2 + 3\cdot a0^2\cdot a1\cdot\lambda 0^2 + a1^3\cdot\lambda 1^2 - 3\cdot a0^2\cdot a1\cdot\lambda 1^2 - 6\cdot a0\cdot a1^2\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1 + 2\cdot a0^3\cdot\lambda 0\cdot\lambda 1\right) = 0 :$$

>

$$> G := solve(\{F1, F2\}, [\lambda 0, \lambda 1]) :$$

Warning, solutions may have been lost

$$> GG := map(allvalues, \{G\});$$

$$GG := \Big\{[\lambda 0 = 0, \lambda 1 = 0], \Big[\lambda 0 = \Big(2\,a0\Big(6\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^{10} - 251\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^8\,a1^2 - 45828\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^6\,a1^4 - 752780\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^4\,a1^6 \tag{1}$$

$$- 4325886\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^2\,a1^8 - 8349318\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a1^{10} + 14\,a0^{10} + 1426\,a0^8\,a1^2 + 122636\,a0^6\,a1^4 + 1943212\,a0^4\,a1^6 + 11100438\,a0^2\,a1^8$$

$$+ 21396798\,a1^{10}\Big)\Big)\Big/\Big(7\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^{10} + 713\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^8\,a1^2 + 61318\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^6\,a1^4 + 971606\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a0^4\,a1^6 + 5550219\Big(\tfrac{1}{2}$$

$$- \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\Big)a0^2\,a1^8 + 10698399\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a1^{10} + 5\,a0^{10} - 1215\,a0^8\,a1^2 - 152974\,a0^6\,a1^4 - 2477166\,a0^4\,a1^6 - 14201991\,a0^2\,a1^8 - 27397035\,a1^{10}\Big), \lambda 1$$

$$= \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{17}\right)a1\Big], [\lambda 0 = 2\,a0, \lambda 1 = 2\,a1], \Big[\lambda 0 = \tfrac{1}{2}\Big(a0\Big(300665196\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^{14} + 3083207805\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^{12}\,a1^2 - 7694863490\Big(a1$$

$$- I\,a0\sqrt{17}\Big)a0^{10}\,a1^4 - 456677713\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^8\,a1^6 + 353404944\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^6\,a1^8 + 21021323\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^4\,a1^{10} - 9434\Big(a1$$

$$- I\,a0\sqrt{17}\Big)a0^2\,a1^{12} - 1431\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a1^{14} - 602141904\,a0^{14}\,a1 - 34252872195\,a0^{12}\,a1^3 + 20968560050\,a0^{10}\,a1^5 + 4627144743\,a0^8\,a1^7$$

$$- 303283718\,a0^6\,a1^9 - 38006837\,a0^4\,a1^{11} - 204766\,a0^2\,a1^{13} + 513\,a1^{15}\Big)\Big)\Big/\Big(\Big(300665196\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^{14} - 2320577235\left(a1 - I\,a0\sqrt{17}\right)a0^{12}\,a1^2$$