**Volume 2, No. 2, Sept 2020**

***KONSTRUKSI GRID KUBIK UNTUK MASALAH***

***SUMBER DAYA TERALOKASI (m,h,ki)***

 **Dina Firliana Nurddin1)**

1)Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,

Universitas Muslim Buton
Jln. Betoambari, No. 146 Kota Baubau Sulawesi Tenggara

1)dinafirliana@umubuton.ac.id

Abstract — **Asumsikan jumlah himpunan titik dengan** $n=\left(\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}\right)^{3}$ **n adalah banyaknya titik dalam grid kubik sehingga diperoleh ukuran grid** $n=S×S ×S$ **dimana** $S=\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}$**. Misal grid kubik berukuran** $S×S×S$ **dimana setiap titik dinotasikan dengan gxyz dimana x = 1,2,...,S , y = 1,2,...,S dan z = 1,2,..,S. Dalam penelitian ini Konstruksi dilakukan dengan menentukan asumsi jumlah himpunan proses dan membuat algoritma konstruksi grid yang memenuhi sifat (m,h,ki)-koteri** **dalam bidang 3D.**

Kata Kunci— Grid kubik, Koteri.

# **pendahuluan**

Sistem terdistribusi dapat dipandang sebagai sebuah sistem komputasi yang terdiri dari beberapa simpul atau *node* (beberapa komputer) yang berkomunikasi satu dengan lainnya menggunakan jaringan komputer untuk saling bertukar pesan. Salah satu masalah mendasar dalam sistem terdistribusi adalah masalah mutual exclusion (mutex) dimana paling banyak satu proses boleh menggunakan sumber daya disetiap saat dalam sistem terdistribusi. Dengan pendekatan berbasis korum, masalah mutual exclusion (mutex) dapat dibentuk sebagai sistem himpunan korum yang disebut dengan koteri (Molina & Barbara, 1985). Konstruksi sistem himpunan korum untuk masalah perluasan *mutex* telah dilakukan beberapa peneliti sebelumnya. Pada tahun 2004, Joung menjelaskan sistem korum (m,1,k)-koteri untuk menyelesaikan masalah sumber daya teralokasi-(m,h,k) untuk h = 1. Kemudian Armin Lawi pada tahun 2006 menjelaskan cara mengkonstruksi *(m,h,k)-koteri* untuk masalah sumber daya teralokasi-(m,h,k) menggunakan aturan penggabungan.

Dalam sistem terdistribusi, konstruksi sistem himpunan korum dapat dilakukan dengan metode singleton, majority, grid, tree dan beberapa metode lainnya (Malkhi, 1999). Konstruksi dengan menggunakan grid dilakukan dengan menggambar pola grid kemudian setiap titik dinyatakan dengan label dan diberi penomoran. Dari penomoran tersebut akan disusun koleksi himpunan korum yang memenuhi syarat koteri. Penggunaan grid telah dilakukan oleh Joung pada tahun 2003 menggunakan konsep grid untuk menyelesaikan masalah grup-*mutex.* Kemudian pada tahun 2016, Muammar juga memperkenakan konsep penggunaan grid untuk kasus sumber daya teralokasi-(m,h,k) yang disebut *grid (m,h,k)-koteri.* Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk memgembangkan penggunaan grid kubik untuk masalah sumber daya teralokasi (m,h,ki).

# **metode penelitian**

## A. Tahap Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan dengan mempelajari sumber pustaka kemudian menganalisis cara mengkonstruksi *(m,h,ki)-koteri* dan penggunaan grid dalam mengkonstruksi *(m,h,ki)-koteri* untuk menyelesaikan masalah sumber daya teralokasi *(m,h,ki).*.

## B. Tahap Rancangan Penelitian

konstruksi grid kubik (m,h,ki)-koteri dilakukan dengan menentukan jumlah anggota himpunan dan membuat algoritma konstruksi grid kubik (m,h,ki)-koteri untuk m = 2h yang juga memenuhi sifat (m,h,ki)-koteri.

## C. Tahap Kesimpulan

Pada tahap ini kesimpulan ditarik berdasarkan pembuktian algoritma konstruksi grid kubik (m,h,ki)-koteri apakah memenuhi sifat sifat (m,h,ki)-koteri atau tidak.

# **hasildan pembahasan**

**Definisi 1. (koteri)** *Misalkan P adalah sebuah himpunan semesta proses dalam sistem. Koteri* $C$ *merupakan koleksi berhingga himpunan-himpunan tak kosong dari korum Q* $ ⊆ $*2P jika dan hanya jika* $C$ *memenuhi syarat sebagai berikut.*

1. ***Irisan*** *: Qi ∩ Qj ≠ Ø, ∀ Qi ,Qj ∈* $C$
2. ***Minimalitas****: Qi* $⊈$ *Qj,∀ Qi, Qj∈* $C$

*Unsur-unsur Q di koteri disebut korum* (Molina dan Barbara, 1985).

**Definisi 2. (Grid Koteri)***. Grid koteri adalah koleksi himpunan korum dimana setiap korum diperoleh dari gabungan beberapa titik pada baris dan kolom yang berpotongan tegak lurus sedemikian sehingga memenuhi sifat koteri, jumlah himpunan proses adalan n =*$ s×s$ *dimana s adalah banyaknya titik pada baris dan kolom grid. Banyaknya titik dalam setiap korum adalah* $\left|Q\right|=2s-1$*.*

**Definisi 3. (*k-koteri)*** *Koleksi tidak kosong* $C$ *(*$ ⊆$ *2P ) disebut k-koteri**atas P jika memenuhi syarat sebagai berikut.*

1. ***Saling Lepas****: Untuk setiap korum* $h (<k)$$H=\{H\_{1},…,H\_{h}\in C | H\_{i}∩ H\_{j}=∅, 1\leq i\ne j\leq h\}$$⊆ C$*, terdapat korum H* $\in C$*sedemikian sehingga H ∩ Hi = Ø,* $H\_{i}\in H.$
2. ***Irisan****: Untuk setiap korum (k+1)* $K=\{K\_{1},…,K\_{(k+1)}\} $$⊆ C$ *terdapat pasangan {Ki,Kj }* $⊆ K $ *sedemikian sehingga Ki ∩ Kj ≠ Ø,* $1\leq i\ne j\leq \left(k+1\right).$
3. ***Minimalitas****: Qi* $⊈$ *Qj, ∀ Qi, Qj ∈* $C$ *,*$ i\ne j$(Lawi, dkk, 2006.a).

**Definisi 4. ((m,h,ki)-koteri)** *Koleksi himpunan-himpunan* $B=\{ C\_{1},…, C\_{m}|C\_{i} $*merupakan ki koteri atas P, (1*$ \leq $ *i*$\leq $ *m)*$ \}$ *adalah (m,h,ki)-koteri atas P jika memenuhi syarat berikut:*

1. ***Diskoteri****: Untuk setiap* $l$ *(< h) koteri dalam* $L=\{D\_{1},…, D\_{l}\}⊆ B$*sedemikian sehingga* $\{D\_{i}$*,*$D\_{j}\}⊆ B$ *dalam bentuk diskoteri dimana*$1\leq i\ne j\leq l$*, terdapat koteri* $D\in B $*sedemikian sehingga* $\left\{D , D\_{i} \right\}⊆ B$ *dalam bentuk diskoteri dimana* $1\leq i\leq l$*.*
2. ***Bikoteri****: Untuk setiap (h+1) koteri dalam* $M=\{E\_{1},…, E\_{h+1}\}⊆ B$*terdapat pasangan* $\{E\_{i}$*,*$E\_{j}\} ⊆ B$ *dalam bentuk bikoteri dimana* $1\leq i\ne j \leq (h+1)$*.*
	1. *Menentukan Jumlah Himpunan*

Asumsikan jumlah himpunan titik dengan $n=\left(\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}\right)^{3}$ dimana m = 2h, $\sum\_{i=1}^{h}k\_{2i-1}=\sum\_{i=1}^{h}k\_{2i}$ dan n adalah banyaknya titik dalam grid kubik sehingga diperoleh ukuran grid $S×S ×S$ dimana $S=\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}$. Misal grid kubik berukuran $S×S×S$ dimana setiap titik dinotasikan dengan gxyz x = 1,2,...,S , y = 1,2,...,S dan z = 1,2,..,S

 

**Gambar 1** Notasi Grid Kubik (m,h,ki)-koteri

**Lemma. 1** *Misalkan GK adalah grid kubik* $S×S×S$*. Untuk setiap dua himpunan titik pada bidang horizontal* $μ\_{p}= \{\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\},$

$\{\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\}, \{g\_{21p},g\_{22p}…,g\_{2Sp}\}, …,$

$\{g\_{S1p,}g\_{S2p},…,g\_{SSp}\}\}, 1\leq p\leq S$ dan bidang vertical $γ\_{q}= \{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\} ,$ $,… ,$

$ \{g\_{1qS,}g\_{2qS},…,g\_{SqS}\}\} , 1\leq q\leq S$. *maka titik-titik* $ \{g\_{1qp,}g\_{2qp},…,g\_{Sqp}\}$ *adalah irisan dari* $μ\_{p}$ *dan* $γ\_{q}. $

Bukti



**Gambar 2** Ilustrasi Lemma 1

Diberikan koleksi titik-titik $μ\_{p}=$ $\{\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\}, \{g\_{21p},g\_{22p}…,g\_{2Sp}\}, … ,$ $\{g\_{S1p,}g\_{S2p},…,g\_{SSp}\}\}, 1\leq p\leq S$ dan $γ\_{q}=\{ \{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\},$ $\left\{g\_{1q2,}g\_{2q2},…,g\_{Sq2}\right\},…,$

$ \{g\_{1qS,}g\_{2qS},…,g\_{SqS}\}\}, 1\leq q\leq S$,$ g\_{ijp}\in μ\_{p}, ∀1\leq i,j\leq S$ karena $1\leq q\leq S$ maka $g\_{iqp}\in μ\_{p}$ dan $g\_{iqj}\in γ\_{q},$ $∀1\leq i,j\leq S$ maka $g\_{iqp}\in γ\_{q}$.

Sehingga terbukti bahwa $(\{g\_{1qp,}g\_{2qp},…,g\_{Sqp}\})$ $g\_{iqp}$adalah irisan dari $μ\_{p}$ dan $γ\_{q}. $

**Lemma. 2** *Misalkan GK adalah grid kubik* $S×S×S$*. Untuk setiap himpunan titik pada bidang horizontal* $μ\_{p}= \{\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\},$

$ \{g\_{21p},g\_{22p}…,g\_{2Sp}\},… , \{g\_{S1p,}g\_{S2p},…,g\_{SSp}\}\},$

$1\leq p\leq S$ *dan himpunan titik pada bidang*

*vertical* $γ\_{q}= \{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\}, $$ \{g\_{1q2,}g\_{2q2},…,g\_{Sq2}\},… , \{g\_{1qS,}g\_{2qS},…,g\_{SqS}\}$$ ,1\leq q\leq S$ *maka dua himpunan titik pada bidang horizontal* $μ\_{p}$ *adalah saling lepas dan dua himpunan titik pada bidang vertikal* $γ\_{q}$ *adalah saling lepas juga.*

Bukti:



**Gambar 3** Ilustrasi Lemma 2

Diberikan $μ\_{p}= \{\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\}, \{g\_{21p},g\_{22p}…,g\_{2Sp}\},… ,$

$\{g\_{S1p,}g\_{S2p},…,g\_{SSp}\}\},$ $1\leq p\leq S$ adalah himpunan titik pada bidang horizontal, misalkan diambil dua himpunan titik-titik pada bidang horizontal ($μ\_{1}=\{g\_{11p},g\_{12p}…,g\_{1Sp}\} $dan $μ\_{2}=\{g\_{21p},g\_{22p}…,g\_{2Sp}\})$ maka $μ\_{1} $ dan $μ\_{2}$ adalah saling lepas karena merupakan bidang sejajar. Hal yang sama berlaku pada $γ\_{q}= \{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\}, \{g\_{1q2,}g\_{2q2},…,g\_{Sq2}\},… ,$

$ g\_{1qS,}g\_{2qS},…,g\_{SqS}\},$ $,1\leq q\leq S$ yang merupakan himpunan titik pada bidang vertikal, misalkan diambil dua himpunan titik pada bidang vertikal ($γ\_{1}=\{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\} $dan $γ\_{2}=\{g\_{1q2,}g\_{2q2},…,g\_{Sq2}\}$), maka $γ\_{1}$ dan $γ\_{2} $adalah saling lepas karena merupakan bidang sejajar.

* 1. *Algoritma Konstruksi* grid kubik $\left(m,h, k\_{i}\right)$ untuk h = $\frac{m}{2}$

Berdasarkan lemma. 8, lemma.9 dan ilustrasinya disusun algoritma konstruksi grid kubik sebagai berikut.

1. Terapkan $n=S×S×S$ dengan titik-titik grid g111, g121, ...,gSSS dimana $S=\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}$ dan $\sum\_{i=1}^{h}k\_{2i-1}=\sum\_{i=1}^{h}k\_{2i}$. Bidang horizontal$ α\_{p}$ terdiri dari titik-titik $ \{g\_{11p,}g\_{12p},…,g\_{1Sp}\}$, $ \{g\_{21p,}g\_{22p},…,g\_{2Sp}\}$, ...., $\{g\_{S1p,}g\_{S2p},…,g\_{SSp}\}$ dan bidang vertikal tegak $β\_{q}$ terdiri dari titik- titik $ \{g\_{1q1,}g\_{2q1},…,g\_{Sq1}\}$,$\{g\_{1q2,}g\_{2q2},…,g\_{Sq2}\}$, ,...,$\{g\_{1qS,}g\_{2qS},…,g\_{SqS}\}.$
2. Ambil k bidang horizontal dan bidang vertikal sedemikian sehingga bidang horizontal dan bidang vertikal dalam grid dibagi menjadi h bagian.
* Bidang horizontal dibagi berdasarkan jumlah $k\_{2i-1}$
* Bidang vertikal dibagi berdasarkan jumlah $k\_{2i}$

Bagian pertama sampai ke-h bidang horizontal dinyatakan sebagai koleksi $U\_{1}=\{μ\_{1}, μ\_{2},..,μ\_{k\_{1}}\}$, $U\_{2}=\left\{μ\_{k\_{1}+1}, μ\_{k\_{1}+2},..,μ\_{k\_{1}+k\_{3}}\right\},…,U\_{h}=\left\{μ\_{\left(\sum\_{i=1}^{m-3}k\_{i}\right)+1 }, μ\_{\left(\sum\_{i=1}^{m-3}k\_{i}\right)+2},..,μ\_{\left(\sum\_{i=1}^{m-1}k\_{i}\right)}\right\}$.

Ambil k bidang vertikal sedemikian sehingga bidang vertikal dalam grid dibagi menjadi h. Bagian pertama sampai ke-h bidang vertikal dinyatakan sebagai koleksi

 $V\_{1}=\left\{γ\_{1}, γ\_{2},..,γ\_{k\_{2}}\right\},$

$V\_{2}=\left\{γ\_{k\_{2}+1}, γ\_{k\_{2}+2},..,γ\_{k\_{2}+k\_{4}}\right\}$,…,$ V\_{h}=$

$\left\{γ\_{\left(\sum\_{i=2}^{m-2}k\_{i}\right)+1 }, γ\_{\left(\sum\_{i=2}^{m-2}k\_{i}\right)+2},..,γ\_{\left(\sum\_{i=2}^{m}k\_{i}\right)}\right\}$.

1. Susun koteri berbasis bidang horizontal $C\_{2i-1}$ yang diambil dari koleksi $U\_{i}$ dan susun pula koteri berbasis bidang vertikal $C\_{2i}$ yang diambil dari koleksi $V\_{j}$. Sehingga diperoleh koleksi gabungan $C=\{C\_{1}, C\_{2},…,C\_{m}\}.$

**Lemma.3** *Misalkan* $C=\{C\_{1}, C\_{2},…,C\_{m}\}$ *adalah* $\left(m,h,k\_{i}\right)$*-koteri yang diperoleh dari algoritma konstruksi grid bujur kubik* $\left(m,\frac{m}{2},k\_{i}\right)$*-koteri maka:*

1. $\left(C\_{i}, C\_{i+1}\right)$ *adalah bikoteri untuk setiap* $1\leq i\leq m-1$
2. $(C\_{i}, C\_{i+2})$ *adalah diskoteri untuk setiap* $1\leq i\leq m-2$

Bukti:

1. Misalkan diambil $i$ ganjil maka berdasarkan algoritma konstruksi grid kubik $\left(m,\frac{m}{2},k\_{i}\right)$-koteri, $C\_{i}$ merupakan merupakan gabungan titik-titik pada bidang horizontal grid kubik$ μ\_{p}\in U\_{i}$ dan $i+1$ adalah bilangan genap maka $C\_{i+1}$ merupakan gabungan titik-titik pada bidang vertikal grid kubik $γ\_{q}\in V\_{j}$. Berdasarkan lemma 7, himpunan titik-titik pada dua bidang, yaitu pada bidang horizontal $μ\_{p}$ dan bidang vertikal $γ\_{q}$ terdapat irisan disatu garis. Sehingga $C\_{i}$ dan $ C\_{i+1}$ memenuhi syarat bikoteri, dimana setiap himpunan titik-titik pada koleksi $U\_{i}$ memiliki irisan pada koleksi $V\_{j}$.
2. Misalkan diambil $i$ ganjil maka $C\_{i}$ merupakan gabungan titik-titik pada bidang horizontal $μ\_{p}\in U\_{i}$ dan $i+2$ ganjil maka $C\_{i+2}$ merupakan gabungan titik-titik pada bidang horizontal $μ\_{p}\in U\_{i}$ juga. Berdasarkan lemma 8, dua bidang pada bidang horizontal $ μ\_{p}$ tidak mungkin memiliki irisan karena merupakan bidang sejajar. Sehingga $C\_{i}$ dan $ C\_{i+2}$ memenuhi syarat diskoteri, dimana setiap dua himpunan titik pada koleksi $U\_{i}$ adalah bidang sejajar yang tidak mungkin memiliki irisan. Hal ini berlaku juga untuk $i$ genap, dimana setiap dua bidang pada koleksi $V\_{j}$ adalah bidang sejajar yang tidak mungkin memiliki irisan juga.

**Teorema 1.** *Algoritma konstruksi grid kubik* $\left(m,\frac{m}{2},k\_{i}\right)$*-*koteri *memenuhi syarat (m,h,ki)-koteri.*

Bukti:

Berdasarkan lemma 3, terbukti bahwa algoritma konstruksi grid kubik memenuhi syarat bikoteri, yaitu$(C\_{i}, C\_{i+1})$ adalah bikoteri untuk setiap $1\leq i\leq m-1$ dan diskoteri, yaitu $(C\_{i}, C\_{i+2})$ adalah diskoteri untuk setiap $1\leq i\leq m-2$ sehingga terbukti bahwa grid bujur kubik memenuhi sifat (m,h,ki)-koteri dengan $h=\frac{m}{2}$.

# **kesimpulan**

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan bahwa, Algoritma konstruksi grid kubik (m,h,ki)-koteri menggunakan asumsi banyaknya himpunan proses $n=\left(\frac{\sum\_{i=1}^{m}k\_{i}}{2}\right)^{3}, $memenuhi syarat (m,h,ki)-koteri, yaitu bikoteri dan diskoteri untuk m = 2h.

 Pembahasan mengenai konstruksii grid dapat diperluas untuk $m\ne 2h$.

##### **ucapan terimakasih**

Kami ucapkan terimakasih pada teman-teman sejawat yang telah memberi tambahan pengetahuan dan kritik saran.

##### **Daftar Pustaka**

Joung Y.J. (2004). *On quorum systems for group resources with bounded capacity.* Proceedings 18th International Conference on Distributed Computing (LNCS 3274) : 86–101.

Joung Y. J. (2010). On Quorum System for Group Resources Alocation, *Distributed Computing*. Springer, Verlag 22(3) : 197-214.

Lawi A., Oda K., & Yoshida T. (2006a). A Quorum based (m,h,k)-Resource Allocation Algorithm. *Lecture Notes in Computer Science (LNCS), Springer*, Vol. 4331.

Lawi A., Oda K., & Yoshida T. (2006). Quorum Based Distributed Conflict Resolution Algorithm for Bounded Capacity Resources. *Lecture Notes in Computer Science (LNCS), Springer* Verlag-Berlin,Vol. 4331 : 135–144.

Malkhi D. (1999). *Quorum System*. AT & T Labs-Research.

Molina G.H. & Barbara D. (1985). How to Assign Votes in A Distributed System. *J. ACM* Vol. 32, No. 4 : 841 – 860.

Muammar. (2016). *Konstruksi Grid (m,h,k)-koteri* (Tesis). Makassar : Universitas Hasanuddin.

Najafi, S. 2008. *A New GA - Based and Graph Theory Supported Distribution System Planning*, Vol. 2, No. 8. ISSN – 1453 – 1119.